

ANALISIS LAJU PENYEBARAN COVID-19 MENGGUNAKAN MODEL MATEMATIKA EPIDEMIOLOGI SIR DAN RUNGE- KUTTA ORDE EMPAT DI KOTA SURABAYA

Naufal Rif'at¹, Moh. Hafiyusholeh², Zainullah Zuhri³, Artatias Simanjuntak⁴

¹UIN Sunan Ampel Surabaya, nrifat03@gmail.com

²UIN Sunan Ampel Surabaya, hafiyusholeh@uinsby.ac.id

³UIN Sunan Ampel Surabaya, zainullah.zuhri@gmail.com

⁴BPS Kota Mojokerto, artatiassimanjuntak@bps.go.id

Abstrak: COVID-19 merupakan virus yang menyerang sistem kekebalan tubuh manusia, dan virus ini menyebar dengan sangat cepat, termasuk di Kota Surabaya. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui laju penyebaran COVID-19 di Kota Surabaya dengan menggunakan pendekatan model epidemi SIR (*Susceptible-Infected-Recovery*) yang dilengkapi simulasi dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data yang bersumber dari Satgas Covid-19 (infocovid19), meliputi laju infeksi, laju kesembuhan, dan laju kematian alami di Kota Surabaya. Hasil penelitian ini menunjukkan laju penyebaran COVID-19 dengan 20 hari kedepan angka kesembuhan semakin meningkat, dan angka terinfeksi semakin menurun, dengan MAPE yang dihasilkan pada kompartemen I (terinfeksi) sebesar 2.63121% dan pada kompartemen R (sembuh) sebesar 9.5539%.

Kata kunci: Model SIR, Titik Kesetimbangan dan Kestabilan, Metode Runge-Kutta Orde 4

Abstract: COVID-19 is a virus that attacks the human immune system, and this virus spreads very quickly, including in the city of Surabaya. The purpose of this study was to determine the rate of spread of COVID-19 in the city of Surabaya using the SIR (*Susceptible-Infected-Recovery*) epidemic model approach which was equipped with a simulation with Fourth Order Runge-Kutta Method. The data used in this study is data sourced from the Covid-19 Task Force (infocovid19), including the infection rate, recovery rate, and natural death rate in the city of Surabaya. The results of this study indicate the rate of spread of COVID-19 with the next 20 days the cure rate is increasing, and the number of infected is decreasing, with MAPE produced in compartment I (infected) by 2.63121% and in compartment R (recovery) by 9.5539%.

Keywords: SIR Model, Equilibrium and Stability Point, 4th Order Runge-Kutta Method

1. Pendahuluan

Pemodelan matematika telah banyak digunakan dalam permasalahan sehari-hari, seperti permasalahan dalam bidang industri untuk kepentingan perusahaan dalam memaksimalkan keuntungan dan meminimumkan biaya (sesuai permasalahan dalam riset operasi), kemudian dalam masalah memprediksi penyebaran suatu penyakit kira-kira kapan berakhir penyebaran penyakit tersebut, dan lain sebagainya [1]. Dalam penelitian ini, dikaji terkait permasalahan penerapan pemodelan matematika dalam memprediksi penyebaran suatu penyakit (dimana bidang kajian terkait disebut dengan bidang matematika epidemiologi) [2] yang disebabkan oleh virus corona 2019 (COVID-19).

Virus Corona 2019 (COVID-19) merupakan penyakit menular dan disebabkan adanya salah satu jenis virus yaitu SARS CoV-2. Virus ini pertama kali menyebar di suatu Kota di Negara Tiongkok yaitu Kota Wuhan pada bulan Desember Tahun 2019 [3]. Penyebab menularnya virus corona ini belum diketahui kejelasannya, salah satunya muncul dugaan bahwa virus ini bersumber dari pasar makanan laut (atau yang biasa dikenal dengan *seafood*) yang dijual, di Kota Wuhan. Virus ini menular dengan sangat cepat melalui interaksi ataupun kontak langsung antara manusia dengan manusia, hingga menular ke hampir semua negara [4], termasuk di Indonesia, yaitu dalam penelitian ini mengambil studi kasus pada kota Surabaya.

Pandemi COVID-19 mewabah di Kota Surabaya disebabkan berbagai faktor, salah beberapa diantaranya adalah terdapat perbedaan pendapat masalah upaya penanganan antara pemerintah Kota Surabaya (daerah) dengan pemerintah pusat [5], sehingga tingkat transmisi (penularan) sangat sulit dikendalikan. Sejak tanggal 28 April 2020, Walikota Surabaya menerapkan beberapa usaha yang dilakukan untuk mencegah penularan virus corona antara lain kebijakan PSBB/PPKM, menggiatkan kebijakan 5M, dan lain sebagainya [6], [7].

Semenjak adanya pandemi COVID-19, segala kegiatan dari berbagai aspek salah satunya aspek Pendidikan dilakukan pembelajaran secara virtual (daring) demi memutus rantai penyebaran COVID-19. Banyak para siswa, guru, dosen, hingga mahasiswa mengalami kesulitan bahkan resah dalam mengoperasikan aplikasi virtual (daring) [8]. Selain itu, dampak dari adanya pandemi adalah banyak para pekerja yang di PHK hingga berpengaruh terhadap perekonomian, sehingga dengan memprediksi laju penyebaran COVID-19 ini diharapkan dapat menekan angka terinfeksi COVID-19 dan memulihkan perekonomian kembali [9].

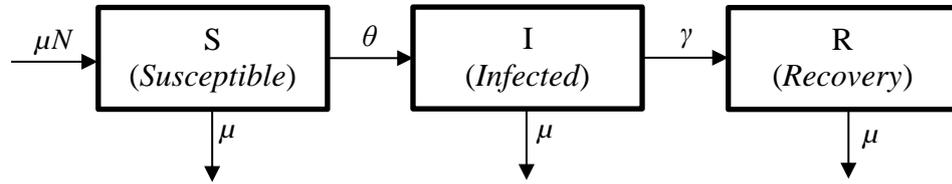
Pada penelitian-penelitian terdahulu terdapat berbagai jenis model matematika epidemi yang digunakan untuk memprediksi laju penyebaran COVID-19, diantaranya adalah SIR, SEIR, SEIRD, SIRD, dan lain sebagainya. Beberapa jenis model tersebut pertama kali diperkenalkan oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1929, dimana pada model tersebut terdapat berbagai kelompok populasi, yaitu S (*Susceptible*), E (*Exposed*), I (*Infected*), R (*Recovery*), dan D (*Death*) (Hethcote, 2000) [10]. Jenis model matematika epidemiologi tersebut tentunya merupakan sistem persamaan diferensial. Sebagai salah satu solusi yang ditawarkan dalam memperoleh hasil prediksi laju penyebaran COVID-19 berupa solusi numerik dari suatu sistem persamaan diferensial, maka digunakanlah Metode Runge-Kutta [11]. Metode Runge-Kutta merupakan perbaikan dari metode Heun dan metode Euler yang memiliki tingkat galat/kesalahan yang semakin kecil dalam menentukan solusi pendekatan dari suatu sistem persamaan diferensial, sehingga solusi pendekatan numeriknya dapat dikatakan bagus, mendekati solusi secara analitik (eksak) dari suatu sistem persamaan diferensial tersebut [12].

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Model Penyebaran COVID-19

Model penyebaran COVID-19 yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah model SIR. Model SIR merupakan model epidemi (penyakit) dimana model tersebut mengasumsikan bahwa suatu individu yang berada pada

kompartemen yang sejenis mempunyai karakteristik yang sejenis pula, dan diilustrasikan sebagai berikut.[13]



Gambar 1. Diagram Kompartemen Model Epidemi (Penyakit) SIR

S (*Susceptible*) merupakan kompartemen dari individu yang rentan terhadap penyakit COVID-19, I (*Infected*) merupakan kompartemen dari individu yang terinfeksi atau terpapar penyakit COVID-19, dan R (*Recovery*) merupakan kompartemen dari individu yang sembuh dari penyakit COVID-19. Asumsi yang digunakan ialah total populasi konstan, yang artinya dalam periode waktu, besaran yang dipertimbangkan adalah jumlah populasi yaitu $N = S + I + R$, dan laju kelahiran maupun laju kematian alami yang diasumsikan sama [14], [15], penyakit COVID-19 akan selalu ada di kota Surabaya, kemudian yang kedua ialah orang yang telah sembuh dari COVID-19 tidak dapat terinfeksi kembali.

Laju perubahan masing-masing kompartemen tersebut terhadap waktu dinyatakan dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa (PDB) non linear, serta dengan masing-masing kondisi awal (*initial condition*) yang mendeskripsikan pergerakan individu dari satu kompartemen menuju kompartemen lainnya yaitu sebagai berikut.

$$\frac{dS(t)}{dt} = \mu N - \frac{\theta S(t) I(t)}{N} - \mu S(t) \tag{1}$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \frac{\theta S(t) I(t)}{N} - \mu I(t) - \gamma I(t) \tag{2}$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t) - \mu R(t) \tag{3}$$

dengan

- θ merupakan parameter laju transmisi suatu individu yang rentan terhadap penyakit ketika kontak langsung dengan individu yang terinfeksi penyakit
- γ merupakan parameter laju kesembuhan suatu individu per satuan waktu setelah terinfeksi penyakit
- μ merupakan parameter laju kelahiran dan laju kematian alami

Adapun kondisi awal dari sistem persamaan diferensial (1), (2), dan (3) yaitu dinyatakan sebagai:

$$S(0) = S_0; I(0) = I_0; R(0) = R_0$$

2.2 Titik Keseimbangan Model SIR

Syarat model SIR dikatakan setimbang (mengalami keseimbangan) apabila memenuhi kondisi stasioner berikut. [16]

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{dI(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} = 0 \quad (4)$$

Yang berarti tidak terdapat kasus penambahan ataupun pengurangan populasi yang disebabkan penyakit (endemi), atau dengan kata lain laju perubahan masing-masing kompartemen (S (*Susceptible*), I (*Infected*), dan R (*Recovery*)) sama dengan 0.

2.3 Kestabilan Lokal Titik Keseimbangan

Apabila diberikan sistem persamaan diferensial nonlinear pada model SIR dapat dibentuk matriks Jacobian sebagai berikut.

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial S(t)}{\partial S(t)} & \frac{\partial S(t)}{\partial I(t)} & \frac{\partial S(t)}{\partial R(t)} \\ \frac{\partial I(t)}{\partial S(t)} & \frac{\partial I(t)}{\partial I(t)} & \frac{\partial I(t)}{\partial R(t)} \\ \frac{\partial R(t)}{\partial S(t)} & \frac{\partial R(t)}{\partial I(t)} & \frac{\partial R(t)}{\partial R(t)} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Kemudian dari matriks Jacobian tersebut ditentukan nilai Eigen melalui persamaan karakteristik sebagai berikut.[17]

$$\det(J - \lambda I) = 0 \quad (6)$$

Dimana λ merupakan nilai Eigen dari persamaan karakteristik polinomial.

2.4 Metode Runge-Kutta

Metode Runge-Kutta merupakan metode pendekatan dalam pencarian solusi suatu persamaan diferensial biasa, atau lebih dikenal dengan solusi numerik persamaan diferensial biasa. Secara umum, apabila diketahui bentuk persamaan diferensial biasa: [18]

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

Maka penyelesaian numerik dengan metode runge-kutta orde n dirumuskan sebagai berikut.

$$y_{i+1} = y_i + (a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n)h \quad (7)$$

Dengan a_i merupakan suatu konstanta dan k_i merupakan:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_i, y_i) \\ k_2 &= hf(x_i + p_1 h, y_i + q_{1,1} k_1 h) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_3 &= hf(x_i + p_2 h, y_i + q_{2,1} k_1 h + q_{2,2} k_2 h) \\
 &\vdots \\
 k_n &= hf(x_i + p_{n-1} h, y_i + q_{n-1,1} k_1 h + q_{n-1,2} k_2 h + \dots + q_{n-1,n} k_n h)
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Dimana p_{n-1} dan $q_{n-1,n}$ juga merupakan suatu konstanta.

Untuk metode runge-kutta orde empat, pada bentuk konstanta k didapatkan empat koefisien, yang ditentukan dengan: [19]

$$\begin{aligned}
 k_1 &= hf(x_i, y_i) \\
 k_2 &= hf\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1\right) \\
 k_3 &= hf\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2\right) \\
 k_4 &= hf(x_i + h, y_i + k_3)
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Dengan pendekatan solusi numeriknya adalah:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)
 \tag{10}$$

2.5 MAPE (Mean Absolute Percentage Error)

MAPE adalah suatu galat rata-rata antara data aktual dengan data hasil prediksi. MAPE digunakan untuk mengukur keakuratan suatu metode ataupun suatu model yang telah diformulasikan, kira-kira model ataupun metode tersebut tergolong layak sebagai alat untuk peramalan atau tidak. Adapun formula dalam penentuan MAPE dirumuskan sebagai berikut.[20]

$$MAPE = \left| \sum_{i=1}^n \frac{(Z_i - \hat{Z}_i)}{Z_i} \right| \times \frac{100\%}{n}
 \tag{11}$$

Dimana:

Z_i = data aktual pada hari ke- i

\hat{Z}_i = data hasil simulasi pada hari ke- i

n = banyak data

Adapun kriteria-kriteria MAPE yang dihasilkan berdasarkan substitusi pada persamaan (11) disajikan pada tabel 1 berikut.[21]

Tabel 1. Nilai MAPE dan keterangan nilai MAPE

Nilai MAPE	Keterangan
Kurang dari 10%	Akurat
Antara 10% sampai 20%	Baik
Antara 20% sampai 50%	Cukup Baik
Lebih dari 50%	Buruk

3. Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini meliputi data penduduk di kota Surabaya, jumlah orang yang terinfeksi COVID-19, dan jumlah orang yang sembuh dari COVID-19, dengan populasi penduduk sebanyak 2904751 individu. Data penduduk yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu studi kasus Kota Surabaya dapat diakses melalui website <https://surabayakota.bps.go.id/indicator/12/197/1/proyeksi-penduduk-kota-surabaya.html> [22], dan juga [23]. Sedangkan data jumlah orang yang terinfeksi maupun sembuh dari virus COVID-19 diambil dari <https://infocovid19.jatimprov.go.id/index.php/data> [24]. Sedangkan parameter yang digunakan meliputi laju infeksi (θ), laju kesembuhan (γ), laju kematian alami (μ) yang merujuk pada [25] sebagaimana yang disajikan pada tabel 2 berikut.

Tabel 2. Nilai parameter pada model SIR

Parameter	Nilai
γ	0.61
θ	0.45
μ	0.00048828

Setelah diperoleh data, dilakukan analisis simulasi numerik model SIR dengan menggunakan metode Runge-Kutta Orde Empat. Untuk mengecek kemampuan model hasil prediksi yang diperoleh, digunakan MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*).

4. Hasil dan Pembahasan

Berikut merupakan data yang digunakan untuk simulasi dalam pemodelan SIR bersumber dari website satgas covid 19 provinsi Jawa Timur (infocovid19) [24], yang mana variabel data berupa populasi rentan (*susceptible*), populasi terinfeksi, dan populasi sembuh, yang disajikan dalam tabel 3 berikut.

Tabel 3. Sampel Data

NO	Date	Susceptible	Infected			Recovery
			Symptoms	No Symptoms	Total	
1	22-Jan-22	2772969	46026	21165	67191	64591
2	23-Jan-22	2772932	46043	21167	67210	64609
3	24-Jan-22	2772897	46058	21169	67227	64627
4	25-Jan-22	2772819	46111	21174	67285	64647
5	26-Jan-22	2772689	46179	21180	67359	64703
31	21-Feb-22	2721342	72350	23268	95618	87791

Dari tabel sampel data tersebut diperoleh analisis statistika yaitu rata-rata yang rentan sebanyak 2758027,355 individu, yang terinfeksi sebanyak 75683,67742 individu, yang sembuh sebanyak 71039,96774 individu, nilai minimum yang rentan,

terinfeksi, dan sembuh berturut-turut sebanyak 2721342 individu, 67191 individu, dan 64591 individu, begitu pula nilai maksimum yang rentan, terinfeksi, dan sembuh berturut-turut sebanyak 2772969 individu, 95618 individu, dan 87791 individu.

Setelah dilakukan analisis data statistika berupa nilai rata-rata, nilai minimum, dan nilai maksimum, akan dilakukan analisis pada model SIR. Analisis yang dilakukan meliputi analisis kesetimbangan dan analisis kestabilan. Masing-masing analisis tersebut (baik analisis kesetimbangan maupun analisis kestabilan) juga terdiri dari dua kondisi, yaitu analisis pada kondisi bebas penyakit, dan analisis pada kondisi endemik, yaitu sebagai berikut.

Syarat kesetimbangan bebas penyakit pada model SIR adalah $I(t) = 0$. Lebih lanjut, pada persamaan (1), (2), (3) diperoleh nilai:

$$S(t) = N \text{ dan } R(t) = 0$$

Diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit, yaitu $(N, 0, 0)$.

Adapun syarat kesetimbangan endemik model SIR adalah $I(t) \neq 0$, sehingga pada persamaan (1), (2), (3) diperoleh nilai:

$$S(t) = \frac{N(\mu + \gamma)}{\theta}, I(t) = \frac{\mu N}{\mu + \gamma} - \frac{\mu N}{\theta}, \text{ dan } R(t) = \frac{\gamma N}{\mu + \gamma} - \frac{N}{\theta}$$

Diperoleh titik kesetimbangan endemik, yaitu $\left(\frac{N(\mu+\gamma)}{\theta}, \frac{\mu N}{\mu+\gamma} - \frac{\mu N}{\theta}, \frac{\gamma N}{\mu+\gamma} - \frac{N}{\theta}\right)$.

Pada persamaan (1), (2), dan (3) model SIR didapatkan matriks Jacobian sesuai matriks pada (5) sebagai berikut.

$$J = \begin{pmatrix} -\theta \frac{I(t)}{N} - \mu & -\theta \frac{S(t)}{N} & 0 \\ \theta \frac{I(t)}{N} & \theta \frac{S(t)}{N} - (\mu + \gamma) & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu \end{pmatrix}$$

Dengan mensubstitusikan titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu $(N, 0, 0)$, atau dengan kata lain $S(t) = N$, dan $I(t) = R(t) = 0$ pada matriks Jacobian diperoleh:

$$J_1 = \begin{pmatrix} -\mu & -\theta & 0 \\ 0 & -(\mu + \gamma) & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu \end{pmatrix}$$

Kemudian menentukan nilai Eigen dari matriks Jacobian tersebut, dengan menggunakan persamaan (6), sehingga diperoleh:

$$\lambda = -\mu \text{ atau } \lambda = -(\mu + \gamma)$$

Dengan mensubstitusikan titik kesetimbangan endemik (penyakit) yaitu $(\frac{N(\mu+\gamma)}{\theta}, \frac{\mu N}{\mu+\gamma} - \frac{\mu N}{\theta}, \frac{\gamma N}{\mu+\gamma} - \frac{N}{\theta})$, atau dengan kata lain $S(t) = \frac{N(\mu+\gamma)}{\theta}$, $I(t) = \frac{\mu N}{\mu+\gamma} - \frac{\mu N}{\theta}$, dan $R(t) = \frac{\gamma N}{\mu+\gamma} - \frac{N}{\theta}$ didapatkan matriks:

$$J_2 = \begin{pmatrix} -\frac{\mu\theta}{\mu+\gamma} + \mu\theta - \mu & -(\mu+\gamma) & 0 \\ \frac{\mu\theta}{\mu+\gamma} - \mu & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu \end{pmatrix}$$

Kemudian menentukan nilai Eigen dari matriks Jacobian tersebut dengan menggunakan persamaan (6), sehingga diperoleh:

$$\lambda = 0, \lambda = -\mu \text{ atau } \lambda = \mu - \mu\theta + \frac{\mu\theta}{\mu+\gamma}$$

Berdasarkan nilai parameter yang disajikan pada tabel 1 dan disubstitusikan ke dalam persamaan (1), (2), dan (3), maka didapatkan model matematika laju penyebaran COVID-19 sebagai berikut.

$$\frac{dS(t)}{dt} = 1307137,95 - \frac{0,45 S(t) I(t)}{2904751} - 0,00048828 S(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \frac{0,45 S(t) I(t)}{2904751} - 0,61048828 I(t)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = 0,61 I(t) - 0,00048828 R(t)$$

Berdasarkan tabel 3, dapat didefinisikan kondisi awal dari sistem persamaan diferensial tersebut yaitu sebagai berikut.

$$S(0) = 2772969; I(0) = 67191; R(0) = 64591$$

Dari model tersebut juga dilakukan solusi pendekatan numerik dengan Metode Numerik Runge-Kutta Orde Empat, yaitu

$$S_{n+1} = S_n + \frac{h}{6}(k_{1S} + 2k_{2S} + 2k_{3S} + k_{4S})$$

$$I_{n+1} = I_n + \frac{h}{6}(k_{1I} + 2k_{2I} + 2k_{3I} + k_{4I})$$

$$R_{n+1} = R_n + \frac{h}{6}(k_{1R} + 2k_{2R} + 2k_{3R} + k_{4R})$$

Dimana masing-masing koefisien perbaikan yang bersesuaian dengan persamaan (9), yaitu

- Koefisien pertama (k_1)

$$k_{1S} = 1307137,95 - \frac{0.45S_n I_n}{2904751} - 0.00048828 S_n$$

$$k_{1I} = \frac{0.45S_n I_n}{2904751} - 0.61048828 I_n$$

$$k_{1R} = 0.61 I_n - 0.00048828 R_n$$

➤ Koefisien kedua (k_2)

$$k_{2S} = 1307137,95 - \frac{0.45 \left(S_n + \frac{1}{2} k_{1S} \right) \left(I_n + \frac{1}{2} k_{1I} \right)}{2904751} - 0.00048828 \left(S_n + \frac{1}{2} k_{1S} \right)$$

$$k_{2I} = \frac{0.45 \left(S_n + \frac{1}{2} k_{1S} \right) \left(I_n + \frac{1}{2} k_{1I} \right)}{2904751} - 0.61048828 \left(I_n + \frac{1}{2} k_{1I} \right)$$

$$k_{2R} = 0.61 \left(I_n + \frac{1}{2} k_{1I} \right) - 0.00048828 \left(R_n + \frac{1}{2} k_{1R} \right)$$

➤ Koefisien ketiga (k_3)

$$k_{3S} = 1307137,95 - \frac{0.45 \left(S_n + \frac{1}{2} k_{2S} \right) \left(I_n + \frac{1}{2} k_{2I} \right)}{2904751} - 0.00048828 \left(S_n + \frac{1}{2} k_{2S} \right)$$

$$k_{3I} = \frac{0.45 \left(S_n + \frac{1}{2} k_{2S} \right) \left(I_n + \frac{1}{2} k_{2I} \right)}{2904751} - 0.61048828 \left(I_n + \frac{1}{2} k_{2I} \right)$$

$$k_{3R} = 0.61 \left(I_n + \frac{1}{2} k_{2I} \right) - 0.00048828 \left(R_n + \frac{1}{2} k_{2R} \right)$$

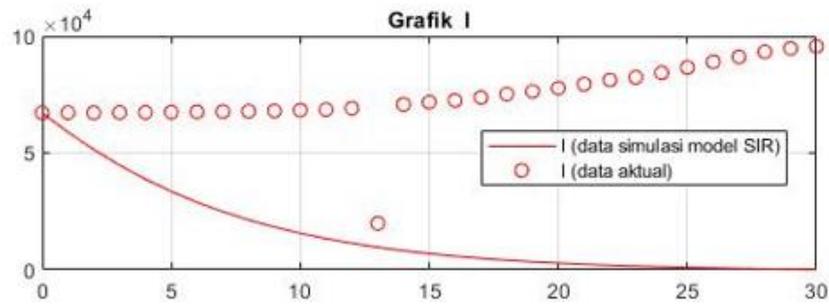
➤ Koefisien keempat (k_4)

$$k_{4S} = 1307137,95 - \frac{0.45(S_n + k_{3S})(I_n + k_{3I})}{2904751} - 0.00048828(S_n + k_{3S})$$

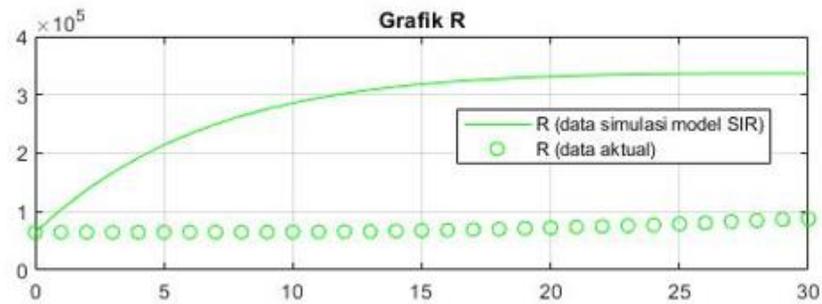
$$k_{4I} = \frac{0.45(S_n + k_{3S})(I_n + k_{3I})}{2904751} - 0.61048828(I_n + k_{3I})$$

$$k_{4R} = 0.61(I_n + k_{3I}) - 0.00048828(R_n + k_{3R})$$

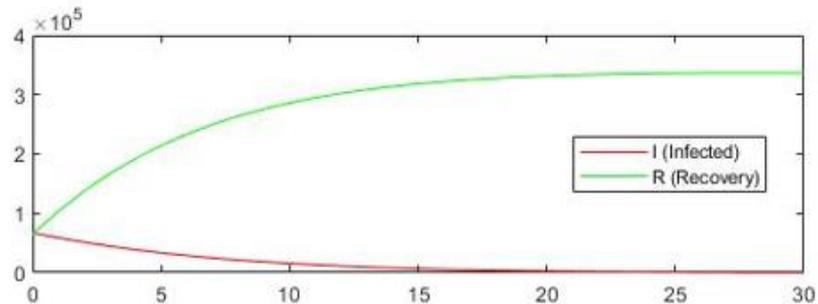
Dari rumus pendekatan numerik Runge-Kutta Orde Empat tersebut juga diperoleh hasil simulasi yang ditunjukkan pada grafik berikut.



Gambar 2. Grafik Kompartemen I (*Infected*)



Gambar 3. Grafik Kompartemen R (*Recovery*)



Gambar 4. Grafik kompartemen I dan R model COVID-19 hasil simulasi Kota Surabaya

Hasil simulasi yang didapatkan pada gambar 2, gambar 3, gambar 4 menunjukkan bahwa dalam 20 hari ke depan, jumlah orang yang terinfeksi semakin berkurang dengan jumlah sekitar 1517000 individu pada hari ke-30, dan jumlah orang yang sembuh (angka kesembuhan) meningkat dengan jumlah sekitar 334600 individu pada hari ke-30, serta terlihat bahwa laju penyebaran COVID-19 di kota Surabaya berada pada tingkat Rendah. Dengan demikian, upaya yang dapat dilakukan pemerintah kota Surabaya dalam menekan angka penyebaran COVID-19, salah satunya yaitu dengan membatasi kontak antar individu, agar laju terinfeksi dalam jangka waktu 20 hari ke depan semakin kecil.

Adapun nilai galat (*error*) yang dihasilkan dengan menggunakan MAPE sesuai persamaan (11), dengan hasil yang ditunjukkan pada tabel 4 berikut.

Tabel 4. Nilai MAPE Kompartemen I dan R Model SIR

Kompartemen	Infected (I)	Recovery (R)
Nilai MAPE	2.63121%	9.5539%

Berdasarkan nilai MAPE tersebut, model yang dihasilkan tergolong akurat sesuai kriteria MAPE sebagaimana yang telah dijelaskan pada tabel 1.

5. Simpulan dan Saran

5.1. Simpulan

Hasil analisis prediksi dalam 20 hari ke depan dihasilkan angka penularan COVID-19 atau jumlah orang yang terinfeksi di kota Surabaya semakin menurun (semakin sedikit) dengan jumlah sekitar 1517000 individu, dan angka kesembuhan atau jumlah orang yang sembuh semakin meningkat (semakin bertambah) dengan jumlah sekitar 334600 individu pada hari ke-30. Selain itu, pada analisis kesetimbangan bebas penyakit didapatkan titik $(2904751, 0, 0)$ dengan dua nilai Eigen yang bertanda negatif, yaitu sebesar $\lambda = -0.00048828$ dan $\lambda = -0.61048828$. Artinya, titik kesetimbangan bebas penyakit $(2904751, 0, 0)$ dikatakan stabil asimtotik, sedangkan pada analisis kesetimbangan endemik didapatkan titik $(0.394 \times 10^7; 828.57; 3.55 \times 10^6)$ dengan terdapat satu nilai Eigen yang bertanda positif dari ketiga nilai Eigen yang dihasilkan, yaitu sebesar $\lambda = 0$, $\lambda = -0.00048828$, dan $\lambda = 0.00063$. Artinya, titik kesetimbangan endemik $(0.394 \times 10^7; 828.57; 3.55 \times 10^6)$ dikatakan tidak stabil.

5.2. Saran

Untuk perkembangan penelitian selanjutnya, maka penulis menambahkan beberapa saran, yaitu pengembangan ataupun perbaikan model epidemi COVID-19 yang signifikan disertai dengan variabel kontrol ataupun penambahan kompartemen seperti vaksin, agar titik kestabilan endemik yang dihasilkan tergolong stabil ataupun stabil asimtotik, dan juga MAPE yang dihasilkan semakin kecil, penentuan bilangan reproduksi dasar yang menunjukkan apakah suatu penyakit termasuk wabah yang menular atau tidak, juga sangat diperlukan untuk penelitian selanjutnya.

Daftar Pustaka

- [1] J. A. Hartono dan I. Karnasih, "Pentingnya Pemodelan Matematis dalam Pembelajaran Matematika," *Semnastika Unimed*, hal. 1–8, 2017.
- [2] H. Chen *et al.*, "M 2 -1,2-," *Al Intaj J. Ekon. dan Perbank. Syariah*, vol. 6, no. 2, hal. 159, 2020, [Daring]. Tersedia pada: <http://jurnal.umt.ac.id/index.php/nyimak>.
- [3] Sifriyani dan D. Rosadi, "Pemodelan Susceptible Infected Recovered (Sir) Untuk Estimasi Angka Reproduksi Covid-19 Di Kalimantan Timur Dan Samarinda," *J. Media Stat.*, no. July, hal. 1–13, 2020.
- [4] E. Parwanto, "Virus Corona (SARS-CoV-2) penyebab COVID-19 kini telah bermutasi," *medRxiv*, vol. 4, no. 2, hal. 47–49, 2021, doi: 10.1101/2020.12.30.20249034.
- [5] D. G. Andiraharja, "Peran Pemerintah Daerah Pada Penanganan Covid-19," *J. Polit. Pemerintah. Dharma Praja*, vol. 13, no. 1, hal. 52–68, 2020, doi:

- 10.33701/jppdp.v13i1.1005.
- [6] M. Manaqib, M. Azizah, E. Hartati S., S. Pratiwi, dan R. A. Maulana, “Analisis Model Matematika Penyebaran Penyakit Covid-19 Dengan Lockdown Dan Karantina,” *BAREKENG J. Ilmu Mat. dan Terap.*, vol. 15, no. 3, hal. 479–492, 2021, doi: 10.30598/barekengvol15iss3pp479-492.
- [7] Z. . Nasution, “Evaluasi Kebijakan Penanganan Covid-19 di Kota Surabaya: Studi Kasus Kebijakan PSBB,” *Ganaya J. Ilmu Sos. dan Hum.*, vol. 4, no. 1, hal. 98–115, 2021.
- [8] Rachmawati Yuanita, “Studi Eksplorasi Pembelajaran Pendidikan IPA Saat Masa Pandemi COVID-19 di UIN Sunan Ampel Surabaya,” *Indones. J. Sci. Learn.*, vol. 2, no. 2, hal. 8–25, 2020.
- [9] S. Hanoatubun, “Dampak COVID-19 Terhadap Perekonomian Indonesia,” *E-Jurnal Manaj. Univ. Udayana*, vol. 5, no. 11, hal. 249101, 2016.
- [10] G. Puspita, M. Kharis, dan Supriyono, “Pemodelan Matematika Pada Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Karantina Dan Vaksinasi,” *Unnes J. Math.*, vol. 6, no. 1, hal. 25–35, 2017, doi: 10.15294/ujm.v6i1.11867.
- [11] S. T. Muhammad, E. Apriliani, dan L. Hanafi, “Pengkajian Metode Extended Runge Kutta dan Penerapannya pada Persamaan Diferensial Biasa,” *J. Sains dan Seni ITS*, vol. 4, no. 2, hal. 25–30, 2015.
- [12] F. monika Sari, Yundari, dan Helmi, “Penyelesaian Numerik Persamaan Diferensial Linear Homogen Dengan Koefisien Konstan Menggunakan Metode Adams Bashforth Moulton,” *Bimaster*, vol. 3, no. 2, hal. 125–134, 2014.
- [13] S. P. Sari dan E. Arfi, “Analisis Dinamik Model SIR Pada Kasus Penyebaran Penyakit Corona Virus Disease-19 (COVID-19),” *Indones. J. Appl. Math.*, vol. 1, no. 2, hal. 61, 2021, doi: 10.35472/indojam.v1i2.354.
- [14] R. Teguh, A. S. Sahay, dan F. F. Adji, “Pemodelan Penyebaran Infeksi Covid-19 Di Kalimantan, 2020,” *J. Teknol. Inf. J. Keilmuan dan Apl. Bid. Tek. Inform.*, vol. 14, no. 2, hal. 171–178, 2020, doi: 10.47111/jti.v14i2.1229.
- [15] A. B. Gumel *et al.*, “Modelling strategies for controlling SARS outbreaks,” *Proc. R. Soc. B Biol. Sci.*, vol. 271, no. 1554, hal. 2223–2232, 2004, doi: 10.1098/rspb.2004.2800.
- [16] A. Z. Arifin, M. F. Rozi, R. A. Hasanah, dan D. C. R. Novitasari, “Estimasi Parameter Pada Model Matematika Penyebaran Covid-19 Di Tuban , Jawa Timur,” vol. 05, no. 02, hal. 132–143, 2021.
- [17] H. Sulisti, E. Noviani, dan N. Kusumastuti, “Analisis Kestabilan Model Dinamika Penyebaran Penyakit Flu Burung,” *Bimaster*, vol. 03, no. 3, hal. 235–244, 2014, [Daring]. Tersedia pada: <http://download.portalgaruda.org/article.php?article=266336&val=2316&title=AN Analisis Kestabilan Model Dinamika Penyebaran Penyakit Flu Burung>.
- [18] S. Rahmatullah, Y. Arman, dan A. Apriansyah, “Simulasi Gerak Osilasi Model Pegas Bergandeng Menggunakan Metode Runge-Kutta,” *Prism. Fis.*, vol. 8, no. 3, hal. 180, 2020, doi: 10.26418/pf.v8i3.43681.
- [19] P. P. Putri, “Analisis Solusi Numerik Model Predator-Prey Dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat Dan Gill,” *Skripsi Univ. Jember*, hal. 1–64, 2013.
- [20] G. N. Ayuni dan D. Fitrihanah, “Penerapan Metode Regresi Linear Untuk Prediksi Penjualan Properti pada PT XYZ,” *J. Telemat.*, vol. 14, no. 2, hal. 79–86, 2019, [Daring]. Tersedia pada: <https://journal.itbh.ac.id/telematika/article/view/321>.
- [21] W. M. Baihaqi, M. Dianingrum, dan K. A. N. Ramadhan, “Regresi Linier Sederhana Untuk Memprediksi Kunjungan Pasien Di Rumah Sakit Berdasarkan Jenis Layanan Dan Umur Pasien,” *J. Simetris*, vol. 10, no. 2, hal. 671–680, 2019, [Daring].

- Tersedia pada: <https://www.jurnal.umk.ac.id/index.php/simet/article/view/3484>.
- [22] B. K. Surabaya, “Proyeksi Penduduk Kota Surabaya (Jiwa), 2018-2020,” <https://surabayakota.bps.go.id/>, 2020.
<https://surabayakota.bps.go.id/indicator/12/197/1/proyeksi-penduduk-kota-surabaya.html> (diakses Nov 21, 2021).
- [23] Bappeda, “Kota Surabaya,” *Bappeda Potensi Wil.*, vol. 4, no. 1, hal. 1–27, 2020, [Daring]. Tersedia pada: <http://bappeda.jatimprov.go.id/bappeda/wp-content/uploads/potensi-kab-kota-2013/kota-surabaya-2013.pdf>.
- [24] P. P. J. Timur, “Jatim Tanggap COVID-19,” <https://infocovid19.jatimprov.go.id/>, 2020. <https://infocovid19.jatimprov.go.id/index.php/data> (diakses Agu 03, 2021).
- [25] Darmawati, W. Nur, dan Z. Nur, “Estimasi Parameter Model SIR dengan Algoritma Genetik,” *J. Math. Theory Appl.*, vol. 1, no. 2, hal. 64–68, 2019.